



Matematika tantárgyverseny
Megyei szakasz, 2014. március 8.

X. OSZTÁLY

1. feladat. Oldd meg a következő egyenletet a komplex számok halmazán:

$$|z - |z + 1|| = |z + |z - 1||.$$

Gazeta Matematică

2. feladat. Oldd meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$x + \log_2 \left(1 + \sqrt{\frac{5^x}{3^x + 4^x}} \right) = 4 + \log_{1/2} \left(1 + \sqrt{\frac{25^x}{7^x + 24^x}} \right).$$

3. feladat. Adottak a $p \geq 2$ és $n \geq 1$ természetes számok, a egy olyan valós szám, amelyre $1 \leq a < a + n \leq p$. Igazold, hogy az

$$\{ [\log_2 x] + [\log_3 x] + \cdots + [\log_p x] \mid x \in \mathbb{R}, a \leq x \leq a + n \}$$

halmaznak pontosan $n + 1$ eleme van!

Megjegyzés: $[\log_k x]$ a $\log_k x$ valós szám egészrészét jelöli.

4. feladat. Határozd meg azokat az $f : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ függvényeket, amelyekre

$$f(x + 3f(y)) = f(x) + f(y) + 2y, \text{ bármely } x, y \in \mathbb{Q} \text{ esetén!}$$

Munkaidő 4 óra.

Minden feladatra 7 pont szerezhető.